Roll No. ..... Total Printed Pages - 7

F-3609

B.Sc. (Part - I) Examination, 2022

(New Course)

MATHEMATICS

PAPER SECOND

(Calculus)

Time : Three Hours] *[Maximum Marks:50*

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : All questions are compulsary. Attempt any two parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई - 1 / Unit - 1

1. (अ) फलन,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin 1/x & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}$$

की बिन्दु $x = 0$ पर सांसत्य एवं अवकलनीयता की जाँच कीजिए।

For the function

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin 1/x & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}$$

test the continuity and differentibility at point x = 0.

(ब) यदि $x = \sin[(\log y)/a]$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$\left(1-x^2\right)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - \left(n^2+a^2\right)y_n = 0$$

If $x = \sin[(\log y)/a]$, prove that

$$\left(1-x^2\right)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - \left(n^2+a^2\right)y_n = 0$$

(स) सिद्ध कीजिए कि

$$e^x \cos x = 1 + x - \frac{2x^3}{\lfloor 3} - \frac{2^2 x^4}{\lfloor 4} + \frac{2^2 x^5}{\lfloor 5} + \frac{2^3 x^7}{\lfloor 7} + \ldots\ldots,$$

Prove that,

$$e^x \cos x = 1 + x - \frac{2x^3}{\lfloor 3} - \frac{2^2 x^4}{\lfloor 4} + \frac{2^2 x^5}{\lfloor 5} + \frac{2^3 x^7}{\lfloor 7} + \ldots\ldots,$$

इकाई - 2 / Unit - 2

2. (अ) वक्र $x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + xy - y^2 - 1 = 0$ की अन्नतस्पर्शोया ज्ञात कीजिए-

Find the asymptotes of the curve

$x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + xy - y^2 - 1 = 0$

(ब) सिद्ध कीजिए कि हृदयाभ $r = a(1 - \cos\theta)$ के किसी बिन्दु (r, θ) पर वक्रता त्रिज्या $\frac{2}{3}\sqrt{2ar}$ होती है तथा $\frac{f^2}{r}$ अचर है।

Prove that the radius of curvature of any Point (r, θ) of the cardioid $r = a(1 - \cos\theta)$ is $\frac{2}{3}\sqrt{2ar}$

and $\frac{f^2}{r}$ is constant.

(स) वक्र $y^2(a - x) = x^2(a + x)$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve $y^2(a - x) = x^2(a + x)$

इकाई - 3 / Unit - 3

3. (अ) यदि $I_n = \int_0^a (a^2 - x^2)^n dx$ और n > 0 हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$I_n = \left(\frac{2na^2}{2n+1}\right) I_{n-1}$$

If $I_n = \int_0^a (a^2 - x^2)^n dx$ and n > 0, then prove that

$$I_n = \left(\frac{2na^2}{2n+1}\right) I_{n-1}$$

(ब) चक्रज (cycloid) $x = a(\theta - \sin\theta), \quad y = a(1 - \cos\theta)$ और उसके आधार से घिरा हुआ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area included between the cycloid

$x = a(\theta - \sin\theta),\ y = a(1 - \cos\theta)$ and it's base.

(स) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ को उसके दीर्घ अक्ष (x अक्ष) के परितः घुमाने से बने ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

Find the volume of the solid generated by revolving the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ about major axis (x - axis).

इकाई - 4 / Unit - 4

4. (अ) हल कीजिए $(1+xy)y\,dx + (1-xy)x\,dy = 0$

Solve $(1+xy)y\,dx + (1-xy)x\,dy = 0$

(ब) हल कीजिए

$$(D^2 - 2D + 1)y = x\sin x$$

Solve

$$(D^2 - 2D + 1)y = x\sin x$$

(स) हल कीजिए

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - 3y = x^2\log x$$

Solve

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} - 3y = x^2\log x$$

इकाई - 5 / Unit - 5

5. (अ) प्राचल विचरण विधि से हल कीजिएः

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4\tan 2x$$

Sove by the method of variation of parameters:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4\tan 2x$$

(ब) हल कीजिए,

$$\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0\ ,\quad \frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0$$

[7]

Solve

$$\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0, \quad \frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0$$

(स) हल कीजिए।

$$\frac{dx}{x(y-z)} = \frac{dy}{y(z-x)} = \frac{dz}{z(x-y)}$$

Solve

$$\frac{dx}{x(y-z)} = \frac{dy}{y(z-x)} = \frac{dz}{z(x-y)}$$